הצעת פתרון מפורטת למועד ב תשפד בקורס מתמטיקה לרפואנים

21:18:36 2025-02-25

תוכן העניינים

1. חשבו את הגבול $\lim_{x\to 0^+}\left(1+e\tan x\right)^{\cot x}$

דרך ראשונה

אפשר לזהות שמדובר בגבול שדומה לגבול המוכר $\lim_{x\to 0}(1+u)^{\frac{1}{u}} = e$. ננסה לפתח את הביטוי כדי להגיע אליו:

$$\begin{aligned}\lim_{x\to0^+}(1+e\tan x)^{\cot x} &= \lim_{x\to0^+}\left((1+e\tan x)^{\frac{e\tan x}{e\tan x}}\right)^{\cot x}\\ &= \lim_{x\to0^+}\left(\underbrace{(1+e\tan x)^{\frac{1}{e\tan x}}}_{\to e}\right)^{\overbrace{e\tan x\times\cot x}^{=e}}\\ &= \boxed{e^e}\end{aligned}$$

דרך שנייה

אפשר להיעזר בקירובים מטורי טיילור בדומה להצעות של GPT. כמו מקודם, אפשר לזהות קודם שמדובר בגבול מהצורה 1^∞, כי:

$$\lim_{x\to0^+}\frac{\cos x}{\sin x}=0$$

$$\lim_{x\to0^+}\frac{\sin x}{\cos x}=\infty$$

אז הביטוי שנשאר הוא:

$$\lim_{x\to0^+}\left(1+\underbrace{e\tan x}_{\to0}\right)^{\overbrace{\cot x}^{\to\infty}}=1^\infty$$

אפשר להשתמש בטכניקה של הוצאת ln, שגם התשובות רומזות עליה ובאופן כללי לעיתים מסייעת לביטויים מהסוג $y=h(x)^{g(x)}$.

$$\begin{aligned}y&=(1+e\tan x)^{\cot x}\\ \ln y&=\cot x\ln(1+e\tan x)\end{aligned}$$

כעת אפשר להשתמש בקירובים הבאים שנכונים **סביב ערכי** x **קטנים מאוד** ונובעים מפיתוח טור טיילור של cot, tan ו-ln:

$$\begin{aligned}\ln(1+x)&\approx x\\ \tan x&\approx x\\ \cot x&\approx\frac{1}{x}\end{aligned}$$

מכאן שהביטוי שמתבקבל הוא מהצורה:

$$\cot x\ln(1+e\tan x)\approx\frac{ex}{x}$$

נוכל להוציא את e החוצה ולקבל ביטוי מהצורה $\frac{\infty}{\infty}$. מכאן נוכל להיעזר **בכלל לופיטל** ולהישאר עם הגבול 1. נזכיר שהוצאנו ln אז כדי לחזור לביטוי המקורי נעלה בחזקת e ונקבל פעם נוספת שהגבול הוא e^e.

שאלות 3-2

הפונקציה $y(x)$ נתונה באופן הפרמטרי:

$$x(t) = \sin t - 1, \quad y(t) = \frac{1}{\cos^2 t}$$

כאשר $t \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

תחום ההגדרה של y כפונקציה של x הוא

נשים לב ש-y מוגדרת **עבור** t בתחום הנתון כאשר:

$$\cos^2 t \neq 0 \Rightarrow t \neq \left\{\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} ...\right\}$$

נבדוק מתי זה מתקיים **עבור** x, כלומר, מה אסור לx להיות בהתאם למה שאסור ל-t להיות.

$$\begin{aligned} t = \frac{\pi}{2} &\to x\left(\frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) - 1 = 1 - 1 = 0 \\ t = \frac{3\pi}{2} &\to x\left(\frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) - 1 = -1 - 1 = -2 \\ &\Rightarrow \boxed{x \neq 0, -2} \end{aligned}$$

נגזרת הפונקציה מקיימת את הקשר $\frac{dy}{dx} = ?$

בהתחלה ניסיתי להציב את היחס של x ו-y בעזרת arcsin אבל הגרסה החדשה של `Claude` הבהירה לי שכותבי השאלה ככל הנראה כיוונו לכיוון של **גזירה פרמטרית**:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy/dt}{dx/dt}$$

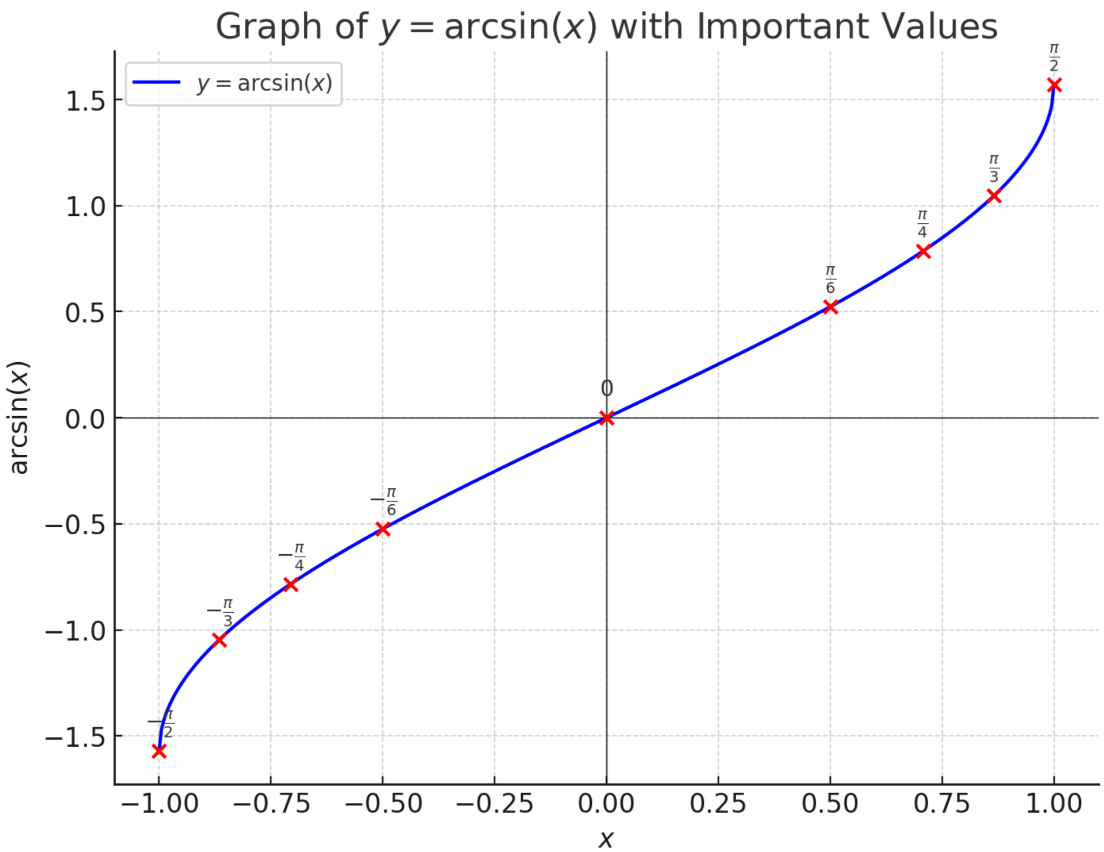
נציב בנוסחה:

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \frac{dy/dt}{dx/dt} \\ &= \frac{\frac{2\tan(t)}{\cos^2 t}}{\cos t} \\ &= \frac{2\sin t}{\cos^4 t} \end{aligned}$$

עכשיו נחזור לביטוי בעזרת x ו-y במקום t:

$$x = \sin t - 1 \Rightarrow \boxed{\sin t = x + 1}$$
$$y = \frac{1}{\cos^2 t} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{\cos^4 t} = y^2}$$
$$\Rightarrow \frac{2\sin t}{\cos^4 t} = \boxed{\frac{2(x+1)^2}{y}}$$

לשלמות התמונה הנה הגרף של arcsin שכלל לא היה צריך להשתמש בו:



גרף של arcsin

שאלות 7-4

נתונה הפונקציה $y(x) = \frac{\ln x}{x}$ המוגדרת עבור $x > 0$.

שאלה 4 (4 נקודות). אמת או לא אמת? $x_0 = e$ היא נקודת מקסימום מקומי של $y(x)$

נחקור את הפונקציה בעזרת הנגזרת הראשונה והשנייה. נשתמש בכלל השרשרת:

$$y'(x) = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x} + \left(-\frac{\ln x}{x^2}\right) = \frac{1-\ln x}{x^2}$$

אפשר לראות שהנגזרת מתאפסת כאשר $\ln x = 1$ כלומר, כאשר $x = e$.

הערה: כמעט התבלבלתי כאן, שימו לב שניתן פשוט להעלות את שני האגפים **כחזקות של** e (אקספוננט), במקום לשאול "איזו חזקה של... נותנת ...".

$$\ln x = 1 \overset{e^{\ln x} = e^1}{\Rightarrow} x = e$$

מצאנו שהנגזרת **מתאפסת בנקודה** e. נמשיך לבדיקת הנגזרת השנייה, נשתמש בכלל של נגזרת של מנה $\left(\frac{(a+b)}{c}\right)' = \frac{(a+b)' \cdot c + (a+b) \cdot c'}{c^2}$:

$$\begin{aligned} y''(x) &= \left(\frac{1-\ln x}{x^2}\right)' \\ &= \frac{\left(-\frac{1}{x} \cdot x^2\right) - 2x \cdot (1-\ln x)}{x^4} \\ &= \frac{-3x + 2x\ln x}{x^4} \\ &= \frac{2\ln x - 3}{x^3} \end{aligned}$$

נציב את הנקודה שמצאנו ונבדוק מה קורה משני צדדיה:

$$\frac{2\ln x - 3}{x^3} \overset{x=e}{\Rightarrow} \frac{2\ln e - 3}{e^3} = -\frac{1}{e^3} < 0$$

מכאן שמדובר בנקודת מקסימום מקומי והתשובה היא **אמת**.

שאלה 5 (4 נקודות). אמת או לא אמת? הגבול $\lim_{x\to\infty} y(x)$ **לא קיים**

נבדוק מה קורה בגבולה הזה.

$$\lim_{x\to\infty} y(x) = \lim_{x\to\infty} \frac{\ln x}{x}$$

מדובר בגבול מהצורה $\frac{\infty}{\infty}$. ננסה את כלל לופיטל:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\ln x}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{1}{x}}{1} = 0$$

מכאן שהגבול קיים ושווה לאפס - **לא אמת**.

שאלה 6 (4 נקודות). אמת או לא אמת? הפונקציה שקולה לפונקציה הסתומה הניתנת ע"י $e^y = \sqrt[x]{x}$

נוציא ln משני האגפים:

$$\begin{aligned} y &= \ln\left(\sqrt[x]{x}\right) \\ &= \frac{1}{x}\ln x = \frac{\ln x}{x} \end{aligned}$$

מכאן שהביטוי שקול, והתשובה היא **אמת**.

שאלה 7 (8 נקודות)

הפונקציה משנה את קעירותה בנקודה:

1. $x_0 = e^{3/2}$
2. $x_0 = e^{-3/2}$
3. $x_0 = \ln(3/2)$
4. $x_0 = 1$

בשאלה 4 ראינו שהנגזרת השנייה של y היא:

$$\frac{2\ln x - 3}{x^3}$$

נבדוק מתי היא מתאפסת:

$$\begin{aligned} 2\ln x &= 3 \\ \ln x &= 3/2 \Rightarrow x = e^{3/2} \end{aligned}$$

שאלה 8 (8 נקודות)

נתונה הפונקציה $f(x) = \tanh^{-1}(\tanh^{-1} x)$.

$$\frac{df}{dx}|_{x=0} =$$

ננסה להתחיל לפתח את הכיף הזה. נזכיר:

$$\tanh x = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$$

נוסחה שימושית:

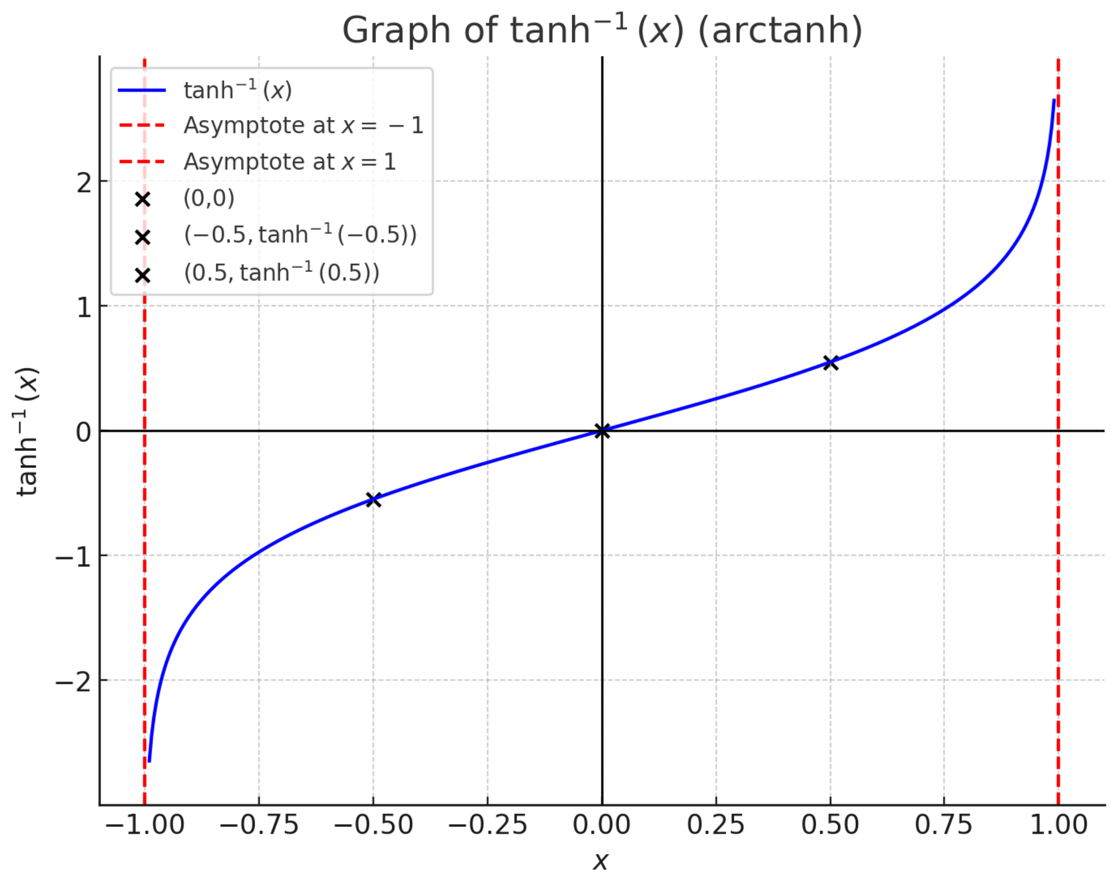
$$\tanh^{-1} = \frac{1}{1-x^2}$$

ואחת נוספת:

$$[f(g(x))]' = f'(g(x))g'(x)$$

נפתור בעזרת נגזרת של הרכבה:

$$\frac{df}{dx} = (f(x))' = \frac{1}{1-(\tanh^{-1}x)^2} \cdot \frac{1}{1-x^2}$$



גרף של $\tanh^{-1}$

נציב $x=0$:

$$\frac{1}{1-0} \cdot \frac{1}{1-0} = 1 \cdot 1 = \boxed{1}$$

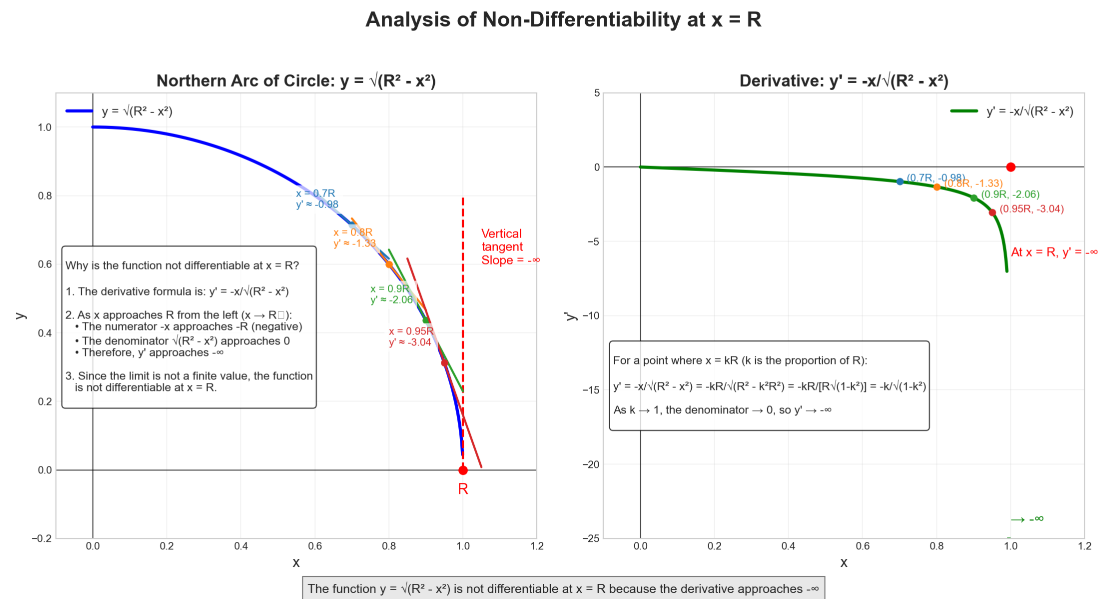
שאלות 9-12

שאלה 9 (5 נקודות)

הקשת הצפונית של עקומת המעגל שרדיוסו הוא R נתונה ע״י הפונקציה:

$$y(x) = \sqrt{R^2 - x^2}$$

אמת או לא אמת שהפונקציה $y(x)$ איננה גזירה בנקודה $x_{1,2} = \pm R$



הקשת הצפונית של המעגל

הפונקציה אכן לא גזירה שם. למשל מצד שמאל היא עולה בקצב גדול ומצד ימין היא יורדת בקצב גדול. נצייר את הגרף ונראה את הקצבים:

$$\begin{aligned} y'(x) &= \frac{d}{dx}\left(\sqrt{R^2 - x^2}\right) \\ &= \frac{1}{2\sqrt{R^2 - x^2}} \cdot (-2x) \\ &= \frac{-x}{\sqrt{R^2 - x^2}} \end{aligned}$$

נציב את $x = \pm R$:

$$\begin{aligned} y'(\pm R) &= \frac{\pm R}{\sqrt{R^2 - R^2}} \\ &= \frac{\pm R}{\sqrt{0}} \\ &= \frac{\pm R}{0} = \pm\infty \end{aligned}$$

מכאן שהנגזרת בנקודות האלו היא אינסופית והפונקציה איננה גזירה בנקודות אלו. התשובה היא **אמת**.

מה שלדעתי מבלבל כאן זה חישוב הנגזרת. צריך לזהות שיש לי כאן גזירה של פונקציה בתוך פונקציה (נראה שהמרצה משתמש בזה לא מעט). בשביל לראות את זה טוב יותר, אפשר לדעתי להציב $t = R^2 - x^2$ ולהיעזר בחוק השרשרת:

$$\begin{aligned} y(x) &= \sqrt{t} \\ y'(x) &= \frac{1}{2\sqrt{t}} \cdot (-2x) \\ &= \frac{-x}{\sqrt{t}} = \frac{-x}{\sqrt{R^2 - x^2}} \end{aligned}$$

הסבר נוסף במילים אחרות נשתמש בכלל השרשרת. הנגזרת של $y(x)$ היא:

$$y'(x) = \frac{d}{dx}[\sqrt{R^2 - x^2}] = \frac{1}{2}(R^2 - x^2)^{-1/2} \cdot (-2x) = \frac{-x}{\sqrt{R^2 - x^2}}$$

כאשר x מתקרב ל-$\pm R$, המכנה מתקרב ל-0, ולכן הנגזרת שואפת ל-$\pm\infty$ לכן, $y(x)$ איננה גזירה בנקודות $x = \pm R$

תשובה: a) אמת

שאלה 10 (5 נקודות)

התחום והטווח של הפונקציה הם: $\{x, y \in \mathbb{R} : \quad -R \leq x \leq R, \quad 0 \leq y \leq R\}$.

אמת או שקר?

נראה לי שאמת.

הפונקציה $y(x) = \sqrt{R^2 - x^2}$ מוגדרת רק כאשר הביטוי שמתחת לשורש חיובי (וזה כולל את 0.) כלומר, כאשר:

$$\begin{gathered} 0 \leq R^2 - x^2 \\ x^2 \leq R^2 \\ \underbrace{-x \leq R}_{-R \leq x} \quad \text{or} \quad x \leq R \\ -R \leq x \leq R \end{gathered}$$

ומכאן: $-R \leq x \leq R$.

כאשר x בטווח הזה, $y(x)$ נע בין 0 (כאשר $x = \pm R$) לבין R (כאשר $x = 0$)

לכן התחום הוא $\{x \in \mathbb{R} : -R \leq x \leq R\}$ והטווח הוא $\{y \in \mathbb{R} : 0 \leq y \leq R\}$

הקבוצה הנתונה $\{(x, y) \in \mathbb{R} : -R \leq x \leq R, 0 \leq y \leq R\}$ אכן מייצגת את התחום ואת הטווח של הפונקציה.

שאלה 11 (5 נקודות)

לפונקציה אין זוגיות מוגדרת - אמת או שקר?

לדעתי דווקא כן יש זוגיות.

נזכיר שפונקציה **זוגית** אמ"מ $f(-x) = f(x)$ ופונקצייה **אי-זוגית** אמ"מ $f(-x) = -f(x)$. אפשר לבדוק ישירות:

$$y(-x) = \sqrt{R^2 - (-x)^2} = \sqrt{R^2 - x^2} = y(x)$$

כלומר מצאנו שכן יש זוגיות מוגדרות, ובפרט שהפונקציה היא **זוגית**.

שאלה 12 (5 נקודות)

הפונקציה והפונקציה ההפוכה זהות זו לזו, $y(x) = y^{-1}(x)$

אמת או שקר?

לדעתי לא נכון. ננסה להציב דוגמה נגדית או לפתח את הביטוי של הפונקציה ההפוכה. במחשבה נוספת בדיקה מהירה תהיה **להציב את הפונקציה בתוך עצמה**, ולראות אם המשתנה המקורי חוזר אלינו בלי שינוי.

(כי הפונקציה למעשה מתבטלת והוא אמור לחזור חזרה למקור. לא בהכרח יעבוד אם הפונקציה לא חח"ע וכו' אבל כאן דווקא מתאים, לדעתי).

נניח כי $y^{-1} = y$ ונבדוק אם $y(y^{-1}(x)) = x$:

$$\begin{aligned} y(y(x)) &= \sqrt{R^2 - \left(\sqrt{R^2 - x^2}\right)^2} \\ &= \sqrt{R^2 - R^2 - x^2} = x \end{aligned}$$

מכאן שהפונקציה אכן שקולה לפונקציה ההפוכה שלה.

פתרון ישיר יותר עבור הפונקציה $y(x) = \sqrt{R^2 - x^2}$, נחשב את ההופכית שלה:

יש לנו $y = \sqrt{R^2 - x^2}$. כדי למצוא את ההופכית, אנו פותרים עבור x במונחי y:

$$\begin{aligned} y^2 &= R^2 - x^2 \\ x^2 &= R^2 - y^2 \\ x &= \pm\sqrt{R^2 - y^2} \end{aligned}$$

מכיוון שאנו מתייחסים לקשת הצפונית של המעגל (שבה $y \geq 0$), ובהתאם למוסכמה הסטנדרטית להופכית של פונקציה (לפי Claud), אנו בוחרים בענף החיובי:

$$x = \sqrt{R^2 - y^2}$$

כעת, כדי לבטא את ההופכית כפונקציה של x (כלומר, למצוא את $y^{-1}(x)$), אנו מחליפים את המשתנים:

$$y^{-1}(x) = \sqrt{R^2 - x^2}$$

זה בדיוק זהה לפונקציה המקורית $y(x) = \sqrt{R^2 - x^2}$. לכן, $y(x) = y^{-1}(x)$, והטענה נכונה גם לפי הפתרון המלא של הבינה המלאכותית Claude שלדעתי פחות מוצלח מזה שלי.

שאלה 13 (8 נקודות)

נתונה הפונקציה

$$f(e^x) = x + \sin x + 2\cosh x$$

אזי:

1. $f(x) = \frac{1}{x} + x + \ln x + \sin(\ln x)$
2. $f(x) = e^x + \sin(e^x) + 2\cosh(e^x)$
3. $f(x) = \ln x + \ln(\sin x) + \ln(2\cosh x)$
4. $f(x) = e^x + e^{\sin x} + e^{2\cosh x}$

שאלה מעצבנת שלדעתי כבר נתקלנו בגרסאות שלה בעבר. זאת בעצם הרכבה במסווה, לדעתי. יש כמה דרכים לפתור - נתחיל בלי לחשוב: הפעולה ההפוכה לאקספוננט היא ln. עוד הרהורים - **לעבוד עם התשובות ולהציב** e^x **במקום** x. יאללה:

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{x} + x + \ln x + \sin(\ln x) \\ \Rightarrow f(e^x) &= \frac{1}{(e^x)} + (e^x) + \ln(e^x) + \sin(\ln(e^x)) \\ &= \frac{1}{(e^x)} + (e^x) + x + \sin(\ln(e^x)) \\ &= x + (e^x)^{-1} + (e^x) + \sin(x) \\ &= x + \sin(x) + (e^x)^{-1} + (e^x) \\ &= \boxed{x + \sin(x) + 2\cosh x} \end{aligned}$$

זאת בדיוק הזהות הנתונה בשאלה, ולכן התשובה היא **אמת**.

הבהרה לאחד המעברים:

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \Rightarrow 2\cosh x = e^x + e^{-x}$$

הצלחנו בלי הפתרון המאוד ארוך של הבינה המלאכותית `Claude`, שיובא להלן להלשמת התמונה אבל בינתיים לא מצדיק 20 דולר לחודש.

פתרון ארוך יותר ופחות נחמד

נציב $y = e^x$, מה שאומר ש-$x = \ln y$.

לכן:

$$f(y) = \ln y + \sin(\ln y) + 2\cosh(\ln y)$$

נחשב את $\cosh(\ln y)$:

$$\cosh(\ln y) = \frac{e^{\ln y} + e^{-\ln y}}{2} = \frac{y + \frac{1}{y}}{2} = \frac{y^2 + 1}{2y}$$

כעת:

$$\begin{aligned} f(y) &= \ln y + \sin(\ln y) + 2 \cdot \frac{y^2+1}{2y} \\ &= \ln y + \sin(\ln y) + \frac{y^2+1}{y} \\ &= \ln y + \sin(\ln y) + y + \frac{1}{y} \end{aligned}$$

מכאן:

$$f(x) = \frac{1}{x} + x + \ln x + \sin(\ln x)$$

תשובה: a) $f(x) = \frac{1}{x} + x + \ln x + \sin(\ln x)$

שאלה 14 (8 נקודות)

נתונה הפונקציה

$$y(x) = x \sinh(ax)$$

עבור אלו ערכים של הפרמטרים $a \neq 0$ הפונקציה מקיימת את המשוואה

$$y'' - 3y = 2a \cosh ax$$

לכל x ?

נחשב את הנגזרות של $y(x) = x\sinh(ax)$:

נגזרת ראשונה (כלל המכפלה):

$$y'(x) = \sinh(ax) + x \cdot a\cosh(ax) = \sinh(ax) + ax\cosh(ax)$$

נגזרת שנייה:

$$y''(x) = a\cosh(ax) + a\cosh(ax) + ax \cdot a\sinh(ax)$$

$$= 2a\cosh(ax) + a^2 x \sinh(ax)$$

נציב במשוואה הדיפרנציאלית $y'' - 3y = 2a\cosh ax$:

$$2a\cosh(ax) + a^2x\sinh(ax) - 3x\sinh(ax) = 2a\cosh ax$$

נפשט:

$$2a\cosh(ax) + x\sinh(ax)(a^2-3) = 2a\cosh ax$$

מכאן:

$$x\sinh(ax)(a^2-3) = 0$$

מכיון ש-x ו-$\sinh(ax)$ אינם אפס לכל x, אנו צריכים:

$$a^2 - 3 = 0$$

$$a^2 = 3$$

$$a = \pm\sqrt{3}$$

תשובה: a $a = \pm\sqrt{3}$

שאלה 15 (8 נקודות)

תהא $a \in \mathbb{R}$ נקודה כלשהי בקטע הפתוח $(0, \pi/2)$. אזי:

$$\sin x = \sin a + (\cos a)(x-a) - \frac{(\sin a)(x-a)^2}{2!} + ...$$

זוהי שאלה על פיתוח טיילור של $\sin x$ סביב הנקודה $x = a$.

הנוסחה הכללית לטור טיילור של פונקציה $f(x)$ סביב נקודה a היא:

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \frac{f'''(a)}{3!}(x-a)^3 + ...$$

עבור $f(x) = \sin x$, הנגזרות הן:

$$\begin{aligned}
&f(a) = \sin a \\
&f'(x) = \cos x && \Rightarrow f'(a) = \cos a \\
&f''(x) = -\sin x && \Rightarrow f''(a) = -\sin a \\
&f'''(x) = -\cos x && \Rightarrow f'''(a) = -\cos a \\
&f^{(4)}(x) = \sin x && \Rightarrow f^{(4)}(a) = \sin a
\end{aligned}$$

לכן טור טיילור הוא:

$$\sin x = \sin a + (\cos a)(x-a) - \\ \frac{(\sin a)(x-a)^2}{2!} - \frac{(\cos a)(x-a)^3}{3!} + \frac{(\sin a)(x-a)^4}{4!} + ...$$

ההמשך הנכון אחרי האיבר השלישי:

$$-\frac{(\cos a)(x-a)^3}{3!}+...$$

תשובה: a ... $+\;-\frac{(\cos a)(x-a)^3}{3!}$

שאלה 16 (8 נקודות)

הפונקציה $f(x)$ היא פונקציה הפיכה וגזירה באינטרוול נתון. $f^{-1}(x)$ היא הפונקציה ההפוכה לה, וידוע שגם היא גזירה באינטרוול זה. אזי הנגזרת של הפונקציה ההפוכה לפי המשתנה x מקיימת:

הנוסחה לנגזרת של פונקציה הפוכה היא:

$$(f^{-1})'(x)=\frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$$

זה אומר שהנגזרת של הפונקציה ההפוכה בנקודה x היא ההופכי של הנגזרת של הפונקציה המקורית מוערכת בנקודה $f^{-1}(x)$.

תשובה: a $(f^{-1}(x))'=\frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$

שאלה 17 (4 נקודות)

נתונה הפונקציה

$$f(x)=\frac{1-\sin x}{1+\sin x}$$

תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$ הוא:

כדי למצוא את תחום ההגדרה של הפונקציה, נבדוק היכן המכנה שונה מאפס.

המכנה הוא $1+\sin x$. זה שווה לאפס כאשר $\sin x=-1$, מה שקורה בנקודות $x=\frac{3\pi}{2}+2k\pi$ עבור כל k שלם.

לכן, תחום ההגדרה של $f(x)$ הוא:

$$\left\{x\in\mathbb{R}|x\neq\frac{3\pi}{2}+2k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$$

תשובה: a

שאלה 18 (4 נקודות)

הפונקציה ההפוכה לפונקציה זו היא:

כדי למצוא את הפונקציה ההפוכה של $f(x)=\frac{1-\sin x}{1+\sin x}$, נציב $y=f(x)$ ונפתור עבור x.

$y=\frac{1-\sin x}{1+\sin x}$

$y(1+\sin x)=1-\sin x$

$y+y\sin x=1-\sin x$

$y\sin x+\sin x=1-y$

$$\sin x(y+1) = 1-y$$

$$\sin x = \frac{1-y}{1+y}$$

$$x = \sin^{-1}\left(\frac{1-y}{1+y}\right)$$

כעת, נחליף y ב-x (כמקובל בפונקציות הפוכות):

$$f^{-1}(x) = \sin^{-1}\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$$

תשובה: a) $f^{-1}(x) = \sin^{-1}\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$